Мастер-класс учителя математики МБОУ «Гимназия №5 г.Урус-Мартан» Умархаджиевой С.С. по теме: «Анализ графиков (новое 10 задание). Подготовка к профильному ЕГЭ по математике»

Добрый день, уважаемые коллеги!
Приятно видеть вас в этой аудитории, и очень надеюсь, что сегодня у нас с вами получится интересное и полезное мероприятие.

Сложно подготовить обучающихся к сдаче экзамена. Это большой труд. Но не надо бояться. Если вы хорошо знаете, объясняете, любите свой предмет и своих учеников, вы обязательно сможете подготовить их к ЕГЭ по математике.

Важный принцип - это логичность. В шутливой манере он говорит: "нормальные герои всегда идут в обход". Нужно учиться использовать наличный запас знаний, применяя различные "хитрости" и "правдоподобные рассуждения" для ответа наиболее простым и понятным способом.

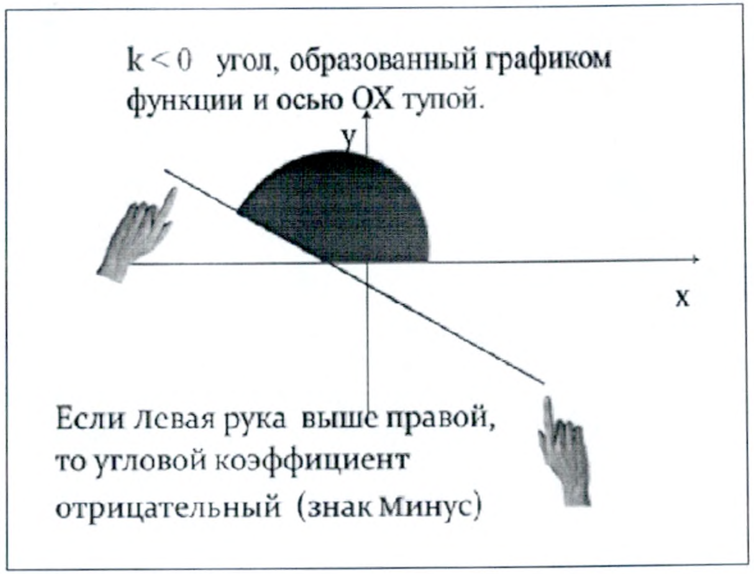
Главная заповедь учителя – заметить даже самое маленькое продвижение ученика вперёд и поддержать его успех.

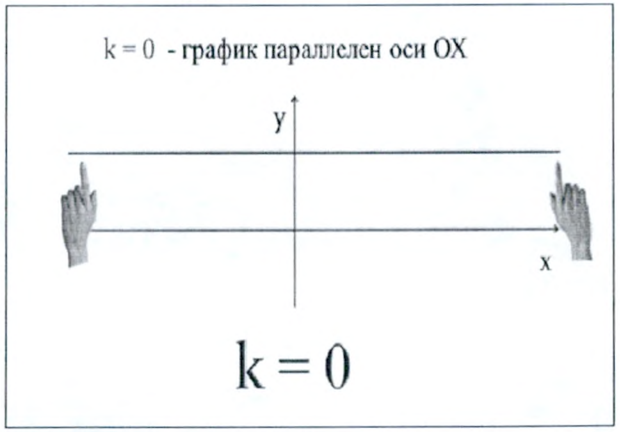
<u>Цель мастер-класса:</u>

- ***показать приемы решения нового 10 задания по теме «Анализ графиков»***

- ***развивать логическое мышление, память, познавательный интерес***


k > 0 угол, образованный графиком функции и осью ОХ острый
у
х
Если Правая рука выше левой, то угловой коэффициент Положительный
(знак Плюс)

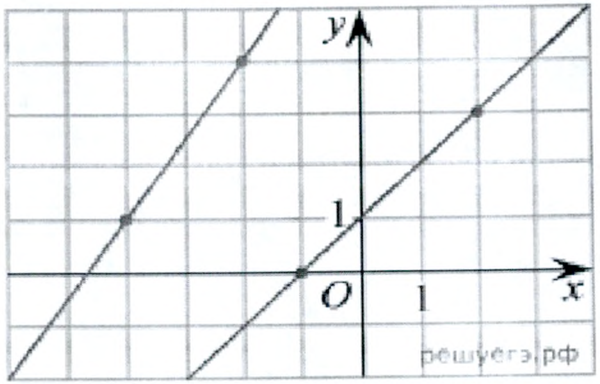

k < 0 угол, образованный графиком функции и осью ОХ тупой.
у
х
Если Левая рука выше правой, то угловой коэффициент отрицательный (знак Минус)


k = 0 - график параллелен оси ОХ
у
х
k = 0

3
2

1 9 задание

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения.



Решение

1) Уравнение прямой y = kx + b, где k – угловой коэффициент прямой. Для первой прямой k = 1,5

Найдем b. Для этого координаты точки, через которую проходит данная прямая, подставим в ее уравнение. Например, (-4;1):

1 = 1,5·(-4) + b, откуда b = 7. Значит, y=1,5x+7 – уравнение первой прямой.

2) Аналогично, находим уравнение второй прямой: y = x + 1.

3) Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 1{,}5x + 7 \\ y = x + 1, \end{cases}$$

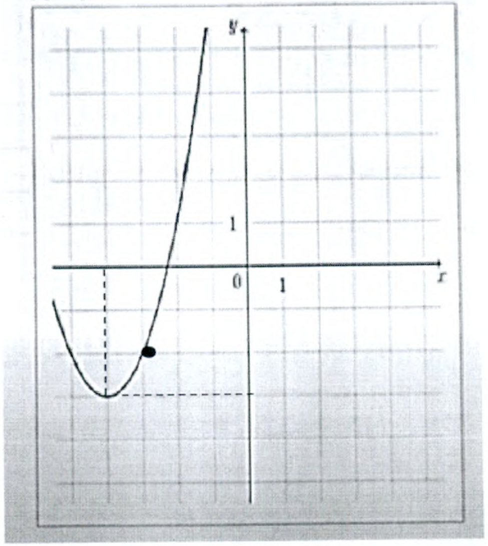
Откуда y = -11.

Ответ: - 11.

2

9 задание

На рисунке изображен график функции $f(x)= a\,x^2+bx+c$, где числа a, b и c- целые. Найдите значение $f(-12)$.



Решение

Удобно записать функцию в виде: $f(x) = a(x-m)^2 + n$,

где m, n – координаты вершины параболы.

По рисунку $m = -4$, $n= -3$. Следовательно, $f(x) = a(x +4)^2 -3$.

Найдем a. График проходит через точку $(-3;-2)$.

Значит,

$-2 = a(-3 + 4)^2 -3$,

$-2 = a\cdot 1 -3$

$a = 1$

Запишем уравнение параболы: $f(x) = (x + 4)^2 – 3$.

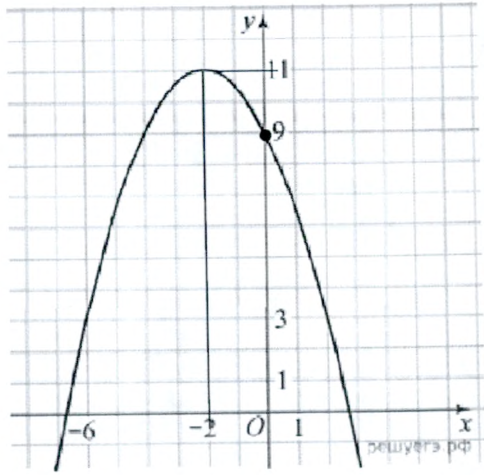
$f(-12) = (-12+4)^2 – 3 = 61$.

Ответ: 61

4

9 задание

На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{x^2}{a}+bx+c$, где числа a, b и c- целые. Найдите значение $f(4)$.



Решение

$f(x) = \frac{1}{a}(x - m)^2 + n$, где $(m;n)$ – координаты вершины.

По графику $m= - 2$, $n = 11$. Значит, $f(x) = \frac{1}{a}(x + 2)^2 + 11$.

Парабола проходит через точку (0; 9). Тогда, из условия $9 = \frac{1}{a}(0 + 2)^2 +11$, находим : $a = - 2$.

Уравнение параболы примет вид: $f(x) = - \frac{1}{2}(x + 2)^2 +11$.

Следовательно, $f(4) = -\frac{1}{2}(4+2)^2 + 11 = - 18 +11 =- 7$.

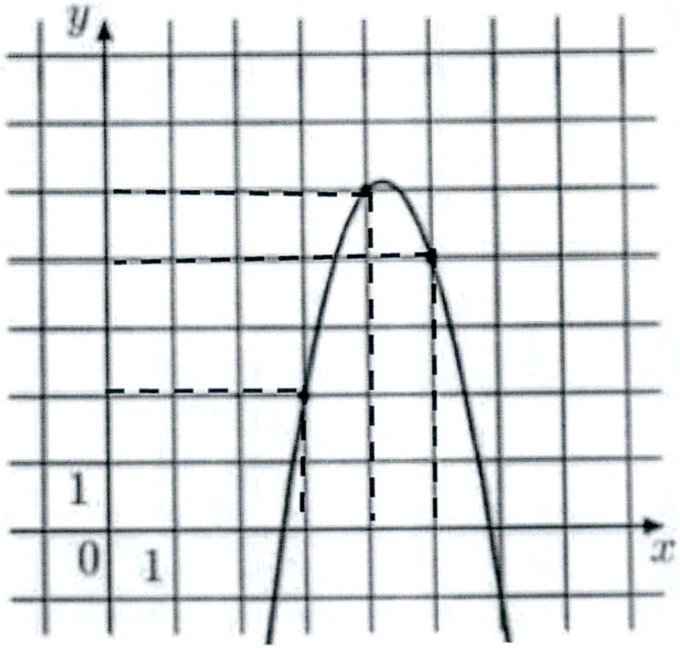
Ответ: - 7

4 9 задание. На рисунке изображен график функции *f(x)= a x²+bx+c*. Найдите *f(-1)*.

Решение.

Из рисунка видно, что график проходит через (3;2);(4;5);(5;4)

$$9a+3b+c=2,$$
$$16a+4b+c=5,$$
$$25a+5b+c=4.$$



Вычтем из 2 уравнения 1-е,

получим $7a+b=3$

Вычтем из 3уравнения 2-е,

получим $9a+b=-1$

Решив систему уравнений $\begin{cases} 7a+b=3, \\ 9a+b=-1; \end{cases}$

находим $a=-2$ *,* $b=17$.

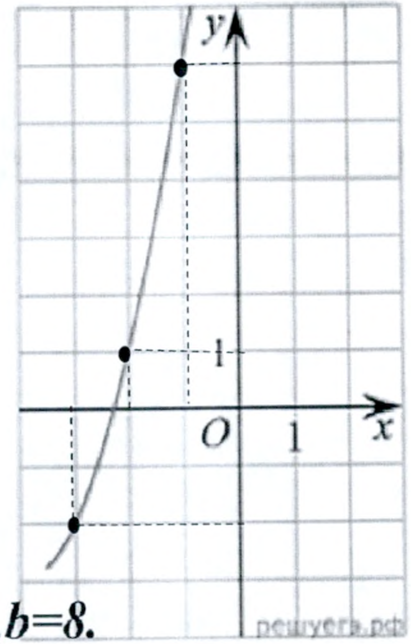
Тогда $f(x)=-2x^2+17x+c$ *и* $f(3)=2$*, найдем ,что* $c=-31$.

$f(x)=-2x^2+17x-31,$

$f(-1)=-2-17-31=-50$

Ответ:-50

6 **9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=ax^2+bx+c$, где числа a, b и c-целые. Найдите абсциссу вершины параболы.**



Решение.

Абсцисса вершины параболы найдем по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$

Из рисунка видно, что $f(-3)=-2$; $f(-2)=1$; $f(-1)=6$. *Тогда*

$$\begin{cases} 9a-3b+c=-2, \\ 4a-2b+c=1, \\ a-b+c=6; \end{cases}$$

вычтем из 1 уравнения 2-е, получим $5a-b=-3$

вычтем из 2 уравнения 3-е, получим $3a-b=-5$.

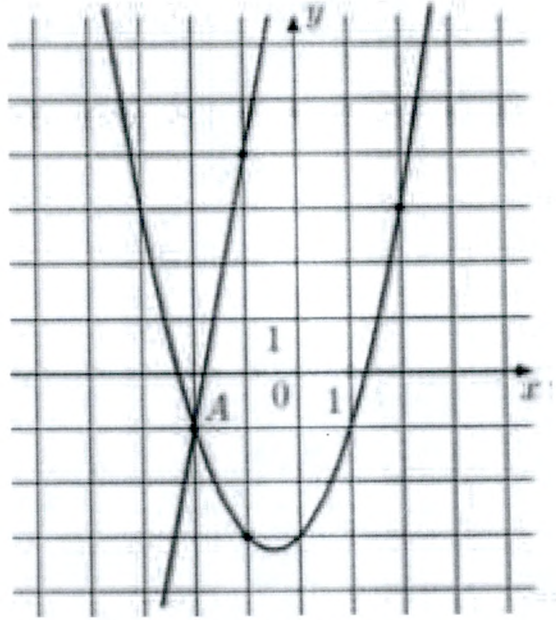
Решив систему уравнений $\begin{cases} 5a-b=-3, \\ 3a-b=-5; \end{cases}$ ***находим*** $a=1$, $b=8$.

Абсцисса вершины параболы $x_0 = -\frac{b}{2a} = -4$.

Ответ:-4

7

9 задание. На рисунке изображены графики функций *$f(x)=5x+9$ и $g(x)=ax^2+bx+c$*, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В



Решение. По графику $c=-3$. График функции $g(x)$ проходит через точки $(-2;-1);(-1;-3);(2;3)$.

Подставим координаты точки $(-1;-3)$, получим $-3=a-b-3$. Отсюда $a=b$.

$g(x)=ax^2+ax-3$.

Подставим координаты точки $(2;3)$, получим, что $a=1$.

$g(x)=x^2+x-3$.

Чтобы найти абсциссу точки ,нужно решить уравнение $x^2+x-3=5x+9$,

$x^2-4x-12=0$.

По теореме Виета $x_1 \cdot x_2=-12$, $x_1+x_2=4$

По графику $x_1=-2$, тогда $x_2=6$.

Ответ:6

8 **Решите 9 задание**

На рисунке изображен график функции $f(x)= ax^2+bx+c$**,где числа** a **,**b **и** c**-целые. Найдите значение дискриминанта уравнения** $f(x)=0$**.**

Решение.

$f(x)= a(x-m)^2+n$***,где*** m, n***-координаты вершины параболы.***

$m=-3, n=3, \quad a=1.$

$f(x)=(x-(-3))^2+3$

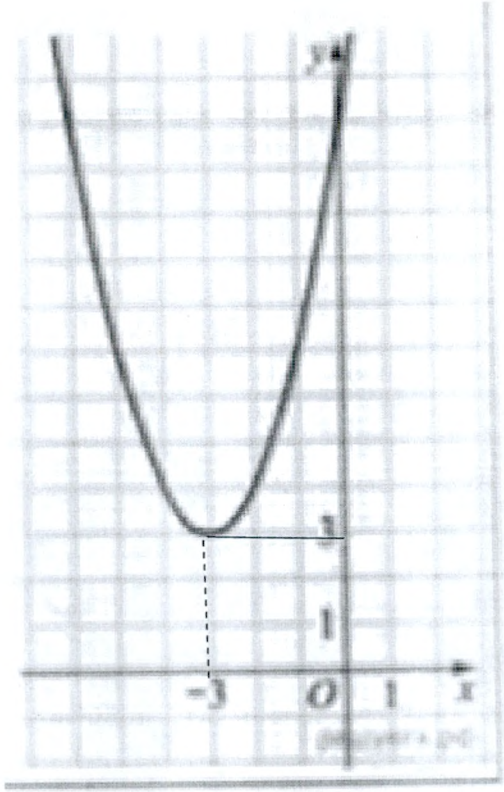
$f(x)=(x+3)^2+3,$

$f(x)=x^2+6x+12$, ***так как*** $f(x)=0$.

то $x^2+6x+12=0$

$D=6^2-4\cdot1\cdot12=-12.$

Ответ:-12

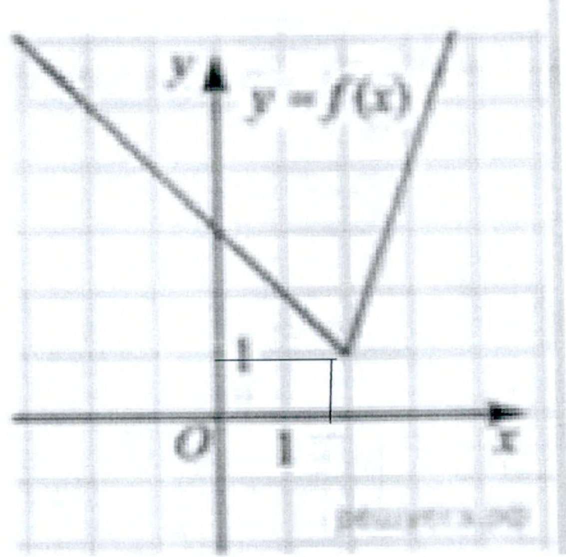


9

9 задание

На рисунке изображен график функции вида $f(x) = ax + |bx + c| + d$, где числа a, b, c и d-целые.

Найдите корень уравнения $bx + c = 0$



Решение.

$|bx+c|=0$ в точке излома. Значит,

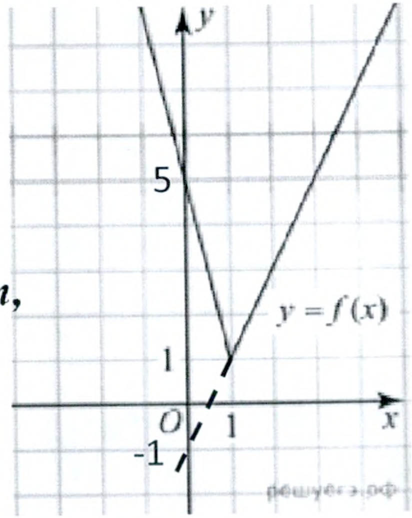
$bx+c=0$ при $x=2$.

Ответ:2

10

9 задание.

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax+|bx+c|+d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax+d=0$.



Решение.

$|bx+c|=0$ в точке излома при $x=1$,

Если $x<1$, то $f(x)=ax-bx-c+d=(a-b)x+d-c$, где $(a-b)$-угловой коэффициент, $(d-c)$-ордината точки пересечения прямой с осью Ox.

По графику $a-b=-4$; $d-c=5$.

Если $x>1$, то $f(x)=ax+bx+c+d=(a+b)x+c+d$, где $a+b$-угловой коэффициент, по графику $a+b=2$.

Продолжив прямую до пересечения с осью Oy, получим, что $c+d=-1$.

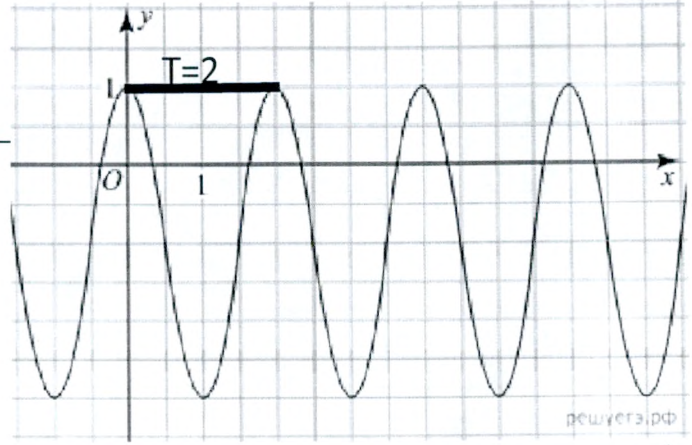
Решив эти системы $\begin{cases} a-b=-4 \\ a+b=2 \end{cases}$ и $\begin{cases} c+d=-1 \\ d-c=5 \end{cases}$, *получим, что*

$a=-1; b=3; c=-3; d=2$. Подставив найденные значения в уравнение $ax+d=0$, получим $-x+2=0$,

$x=2$.

Ответ:2

11 **На рисунке изображен график функции вида $f(x)= a\cos(b\pi x+c)+d$, где числа a,b, c и d-целые. Найдите $f\left(\frac{100}{3}\right)$.**



Решение.

По графику $f_{max}=1,\ \ f_{min}=-3,$ **тогда** $d=\dfrac{f_{max}+f_{min}}{2}=\dfrac{1-3}{2}=-1,$

и $|a|=\dfrac{f_{max}-f_{min}}{2}=\dfrac{1-(-3)}{2}=2.$

По графику $f(0)=1,$ **тогда, если** $a=-2,$

$-2\cos c-1=1\Leftrightarrow\cos c=-1$ **— не имеет целочисленных решений,**

если $a=2,$ **то** $2\cos c-1=1\Leftrightarrow\cos c=1\Leftrightarrow c=2\pi k,k\in\mathbb{Z}\underset{c\in\mathbb{Z}}{\Leftrightarrow}c=0.$

Значит, $a=2$ **и** $c=0.$

Найдём наименьший положительный период функции $f(x)=2\cos(b\pi x)-1:$

$$2\cos(b\pi x)-1=2\cos(b\pi x\pm 2\pi)-1=2\cos\left(b\pi\left(x\pm\frac{2}{b}\right)\right)-1$$

Наименьший положительный период функции $f(x)$**равен**$\pm\dfrac{2}{b},$ **а по графику наименьший положительный период равен 2, тогда** $b=\pm 1.$

Таким образом, $f(x)=2\cos(-\pi x)-1=2\cos(\pi x)-1.$

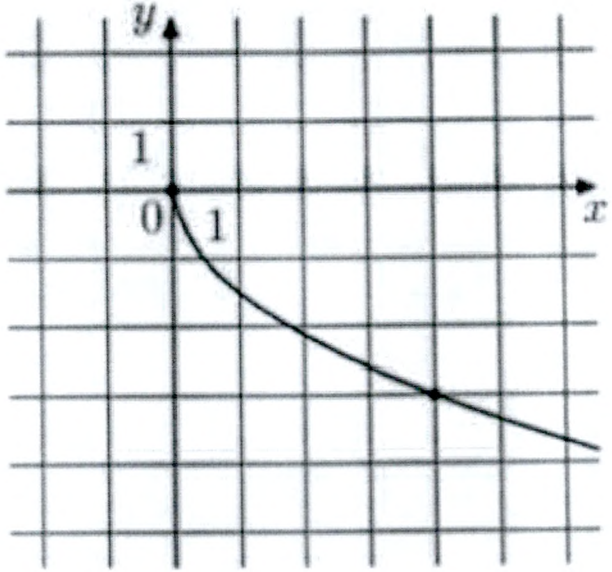
Найдём $f\left(\dfrac{100}{3}\right).$

$$f\left(\frac{100}{3}\right)=2\cos\frac{100\pi}{3}-1=2\cos\frac{4\pi}{3}-1=-2.$$

Ответ: −2.

12

9 задание. На рисунке изображен график функции ***f(x)=k$\sqrt{x}$.***
Найдите f(2,56)



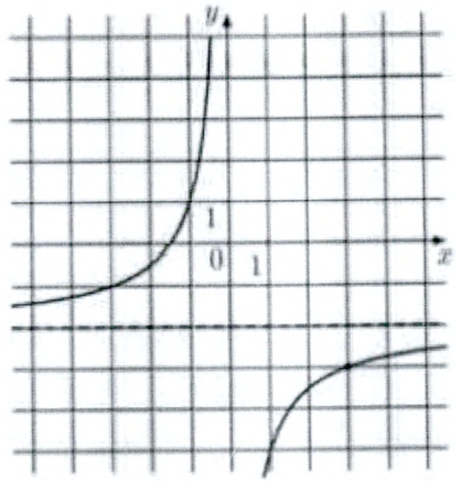
Решение.
График этой функции проходит через точку (4;-3).Подставив координаты этой точки, получим
$-3=k\sqrt{4}$,
2k=-3,
k =-1,5.
f(2,56)$=-1,5\sqrt{2,56}=-1,5\cdot 1,6=-2,4.$

Ответ:-2,4

13

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{k}{x}+a$**.**

Найдите $f(0{,}25)$



Решение. График функции имеет горизонтальную асимптоту у=-2, значит, а=-2.

(График функции $f(x)=\frac{k}{x}+a$ ***получается сдвигом графика функции*** $f(x)=\frac{k}{x}$ ***вдоль оси Оу на величину |а| вверх, если а>0 и вниз если а<0)***

По графику а= -2 и проходит через точку (3;-3).

$-3=\frac{k}{3}-2$ ***отсюда k=-3.Значит,***

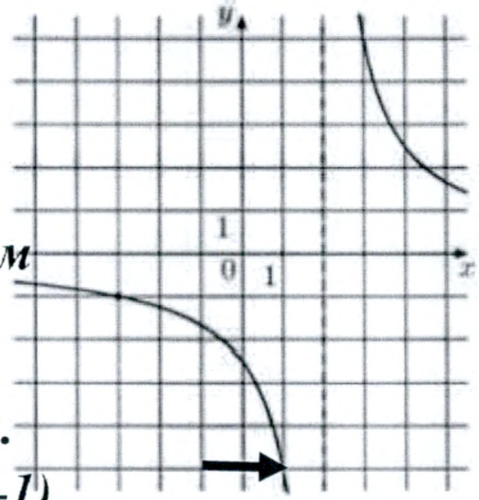
$f(x)=\frac{-3}{x}-2$,

$f(0{,}25)=\frac{-3}{0{,}25}-2=-14$.

Ответ:- 14

14

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{k}{x+a}$**. Найдите** $f\left(-4\frac{2}{3}\right)$**.**



Решение.

График функции имеет вертикальную асимптоту x=2, значит, a= - 2.

(График функции $f(x)=\frac{k}{x+a}$ ***получается сдвигом графика функции*** $f(x)=\frac{k}{x}$ ***вдоль оси Ox на величину |a| влево, если a>0 и вправо если a<0).***

По графику a= -2 и проходит через точку (-3;-1).

$-1=\frac{k}{-3-2}$***, отсюда k=5.Значит,***

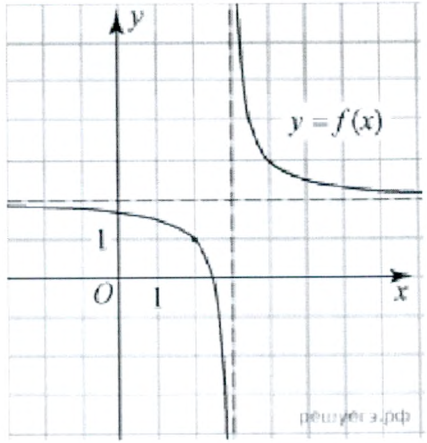
$f(x)=\frac{5}{x-2}$,

$f\left(-4\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{-4\frac{2}{3}-2}=5:\left(-6\frac{2}{3}\right)=-0,75.$

Ответ:-0,75

15

9 задание. На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\frac{a}{x+b}+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f(13)$.



Решение.

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y=2$, значит, $c=2$.

График функции имеет вертикальную асимптоту $x=3$, значит, $b=-3$.

По графику $f(2)=1$, тогда $\frac{a}{2-3}+2=1$, отсюда $a=1$.

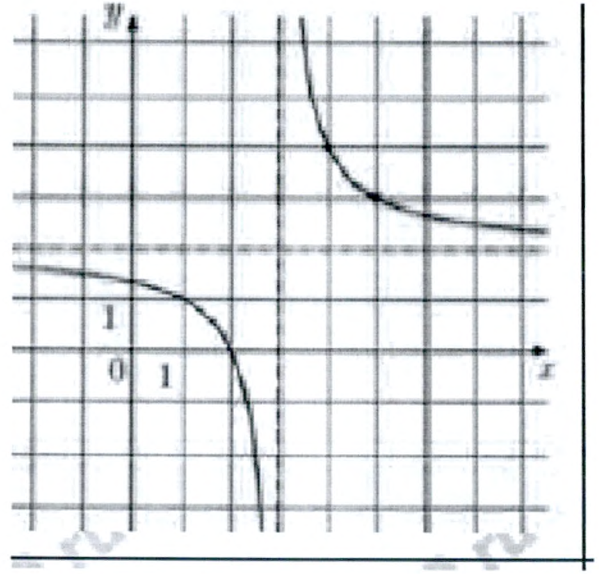
Таким образом, $f(x)=\frac{1}{x-3}+2$

Найдём $f(13)=\frac{1}{13-3}+2=2{,}1$.

$f(13)=2{,}1$.

Ответ:2,1

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{kx+a}{x+b}$. Найдите k



Решение.

Преобразуем данную функцию

$$f(x)=\frac{kx+a}{x+b}=\frac{kx+kb-kb+a}{x+b}=\frac{k(x+b)-kb+a}{x+b}=k+\frac{a-kb}{x+b}.$$

Или

$$\begin{array}{r|l} -\;kx+a & x+b \\ \cline{2-2} kx+kb & k \\ \hline a-kb & \end{array}$$

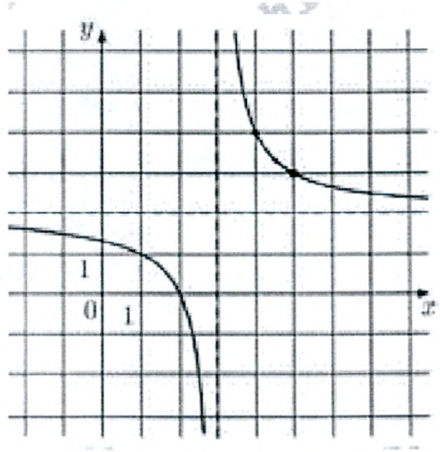
$$f(x)=k+\frac{a-kb}{x+b}$$

График функции имеет горизонтальную асимптоту y=2, значит, k=2.

Ответ:2

17

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{kx+a}{x+b}$. Найдите a



Решение.

Преобразуем данную функцию

$$f(x)=\frac{kx+a}{x+b}=\frac{kx+kb-kb+a}{x+b}=\frac{k(x+b)-kb+a}{x+b}=k+\frac{a-kb}{x+b}.$$

Или

$$\begin{array}{r|l} -\,kx+a & x+b \\ \cline{2-2} kx+kb & k \\ \hline a-kb & \end{array}$$

$$f(x)=k+\frac{a-kb}{x+b}$$

График функции имеет горизонтальную асимптоту y=2, значит, k=2.

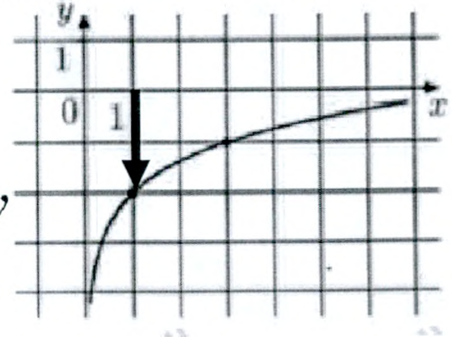
График функции имеет вертикальную асимптоту x=3, значит, b= - 3.

По графику f(5)=3, тогда $3=\frac{2\cdot5+a}{1-3}$, *отсюда a=-4.*

Ответ:-4

18

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=b+log_a x$. Найдите значение x при котором $f(x)=2$.



Решение.

График функции $f(x)= b+log_a x$ получается сдвигом графика функции $f(x)= log_a x$. вдоль оси Оу на величину $|b|$ вверх, если $b>0$ и вниз если $b<0$.

По графику $b = -2$ и проходит через точку (3;-1).

$-1= -2+log_a 3$, отсюда $a=3$. Значит,

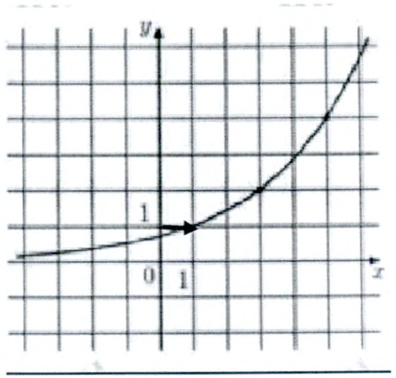
$f(x)= -2+log_3 x$, найдем x при котором $f(x)=2$.

$2=-2+log_3 x$,

$log_3 x=4$, значит, $x=81$.

Ответ:81

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=a^{x+b}$. Найдите значение x при котором $f(-5)$.



Решение.

График функции $f(x)= a^{x+b}$ получается сдвигом графика функции $f(x)=a^{x}$ вдоль оси Ох на величину $|b|$ влево, если $b>0$ и вправо если $b<0$.

По графику $b= --1$ и проходит через точку (3;2).

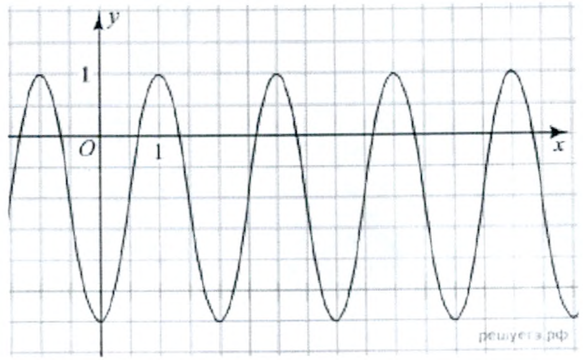
$2 = a^2$ ***отсюда*** $a =\sqrt{2}$***. Значит,***

$f(-5)= \sqrt{2}^{-5-1}=\frac{1}{\sqrt{2}^{6}}=\frac{1}{8} = 0,125$

Ответ:0,125

20

9 задание. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a\cos(b\pi x + c) + d$, где числа a, b, c и d-целые. Найдите $f\left(-\frac{8}{3}\right)$.



Решение.

По графику $f_{max} = 1, f_{min} = -3$

$d = \frac{f_{max} + f_{min}}{2} = \frac{1-3}{2} = -1. \quad |a| = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} = \frac{1+3}{2} = 2.$

По графику $a = -2, \ c = 0, \ T = 2$

$T = \frac{2\pi}{b\pi} = \frac{2}{b}$, *то есть* $\frac{2}{b} = 2$, *отсюда* $b = 1$

$f(x) = -2\cos\pi x - 1,$

$f\left(-\frac{8}{3}\right) = f\left(\frac{8}{3}\right) = f\left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3}\right) = f\left(2 + \frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right),$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = -2\cos\pi\cdot\frac{2}{3} - 1 = -2\cos\frac{2}{3}\pi - 1 = -2\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 2\cos\frac{\pi}{3} - 1 = 0.$

Ответ:0

Хорошие результаты ЕГЭ и ОГЭ по математике позволяют выпускникам школы успешно решить свои жизненные планы.

Был

ли полезен

материал?

Спасибо вам за то, что вы есть…